

סטטיסטיקה והסתברות – תואר שני מנהל

עסקים – אוניברסיטת בן גוריון

סטודנטים יקרים

ספר תרגילים זה הוא חלק מפרויקט חדשני וראשון מסוגו בארץ במקצוע זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line. הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים.

הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין, היכנסו עכשיו לאתר



אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות

צוות האתר GooL

גול, בשביל התירגול!

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

רגרסיה ליניארית פשוטה

רגרסיה ליניארית פשוטה מסתמכת על המתאם הליניארי בין המשתנה התלוי (המנובא) לב"ת (המנבא).

מקדם המתאם:

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{S_x \cdot S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2\right)} \cdot \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}} = \frac{SXY}{\sqrt{SXX} \cdot \sqrt{SYY}}$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$
 המודל באוכלוסיה:

כאשר:

β_0 הוא החותך

β_1 הוא שיפוע

ε_i הינו גורם הטעות מסביב לקו הליניארי.

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$
 המודל הנאמד (על סמך מדגם):

נמחיש בדוגמא:

מתווך דירות בתל אביב רצה לבדוק איך משפיע גודלה של דירה על המחיר שבו היא נמכרת.

הוא הניח 2 הנחות מקדימות:

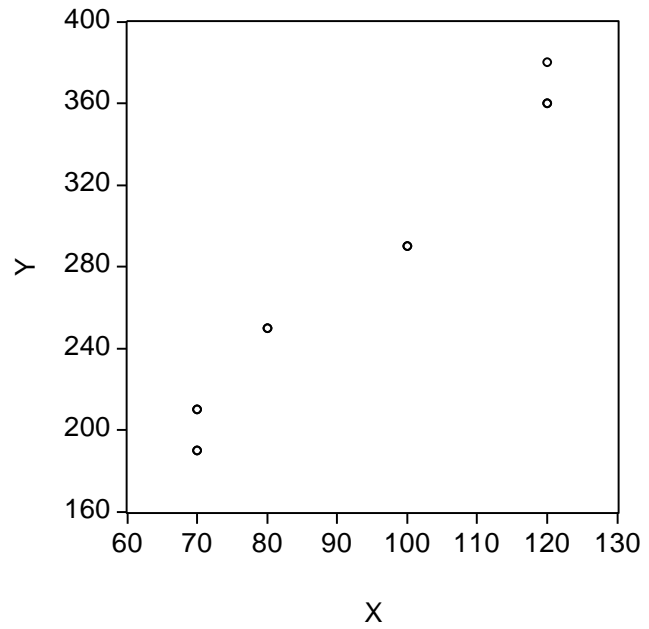
1) רק גודל הדירה משפיע על מחיר הדירה באופן שיטתי. כל שאר הדברים המשפיעים על מחיר הדירה הם אקראיים ולא ניתנים לחיזוי.

2) ההשפעה של גודל הדירה על מחיר הדירה היא ליניארית.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

$Y_6 = 380$	$X_6 = 120$	6
-------------	-------------	---

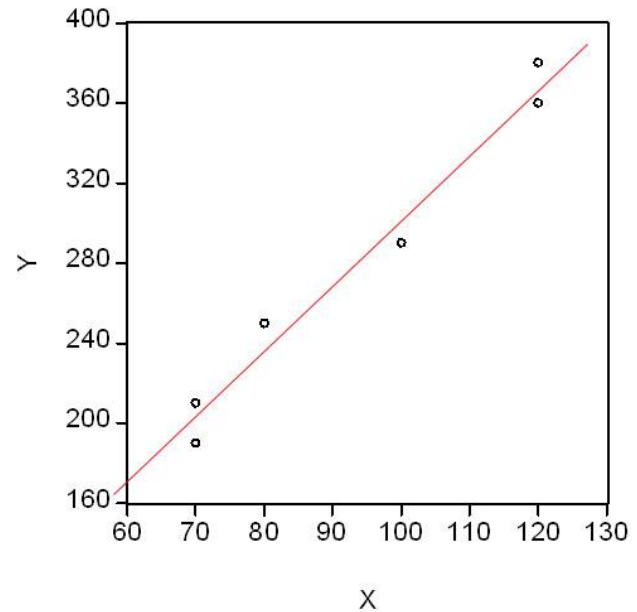
נציג את 6 התצפיות בגרף:



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

מהו הקו הישר המתאר את הקשר בין שני המשתנים בצורה הטובה ביותר? (הקו הוא ישר בגלל שהמתווך הניח לינאריות של המודל).

מסתבר שקו הרגרסיה הטוב ביותר הוא קו שחושב בשיטת הריבועים הפחותים (הסבר בהמשך):



הנוסחה של הקו היא: $\hat{Y}_i = -27.32 + 3.29X_i$.

זהו כנראה לא הקו האמיתי, אך ממילא את הקו האמיתי אף פעם אי אפשר לדעת. סביר שקו זה הוא די קרוב לקו האמיתי.

לפי הנוסחה כל מ"ר נוסף שיש בדירה מעלה את מחירה ב-3,290 דולר.

מקו זה יודע המתווך להעריך מחירים של דירות. כשפנה אליו בעל דירה שגודלה 90 מ"ר ושאל אותו מה שווי הדירה, חישב המתווך לפי הנוסחה, $-27.32 + 3.29 \cdot 90 = 268.78$, והשיב לבעל הדירה: "המחיר שאתה יכול לקבל עליה הוא 268,780 דולר. אם יהיה לך מזל תקבל יותר, אבל יכול להיות שתצטרך למכור בפחות".

כלומר נוכל לומר כי אם יהיה לו מזל אז ההפרעה האקראית תהיה חיובית, ואם לא – היא תהיה שלילית.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

לסיכום:

(1) במודל $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, α ו- β הם מספרים קבועים אך לא ידועים. אנו יכולים להעריך אותם ולקבל אומדים (תהליך קבלת האומדנים נקרא אמידה).

(2) $\hat{\alpha}$ הוא האומד ל- α . $\hat{\beta}$ הוא האומד ל- β .

(3) אומדי ריבועים פחותים (אר"פ) הם אומדים שחושבו בשיטת הריבועים הפחותים. אומדי הריבועים הפחותים מסומנים בד"כ ע"י 'כובע' - $\hat{\beta}, \hat{\alpha}$.

(4) בעוד α ו- β הם קבועים, $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$ הם משתנים מקריים. מדוע? מפני שבכל מדגם מתקבלים $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$ אחרים.

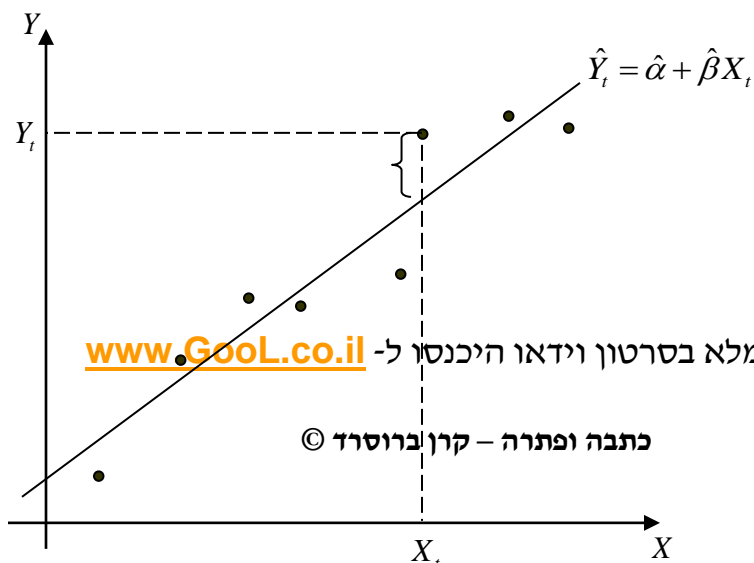
(5) את α ו- β אי אפשר לדעת, ולכן אי אפשר לדעת מהו הקו האמיתי, וכן אי אפשר לדעת את ε .

(6) אפשר לדעת את e , שהיא הסטייה מקו הרגרסיה. נגדיר זאת באופן הבא:

* עבור X_i , הערך הצפוי של המשתנה המוסבר (\hat{Y}_i) המתקבל לפי הרגרסיה הוא

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i$$

* הסטייה של התצפית (Y_i) מהערך הצפוי לפי הרגרסיה (\hat{Y}_i) היא: $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתבה ופתרה - קרן ברוסרד ©

האומדים של הרגרסיה $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$:

שיטת האמידה של α ושל β נקראת שיטת הריבועים הפחותים

Ordinary Least Squares (OLS)

השאלה הנשאלת בשיטת אמידה זו היא: איזה $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$ יביאו למינימום את סכום ריבועי טעויות האמידה.

$$\min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum e_i^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum [y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)]^2 = ?$$

מתוך גזירת הפונקציה הזו מתקבלים האומדים $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{COV(X, Y)}{V(X)} = r \frac{S_Y}{S_X}$$

? על סמך הדוגמא הנ"ל חשבו את:

1. מקדם המתאם בין גודל הדירה למחיר הדירה. מה משמעותו?
2. קו הרגרסיה לניבוי מחיר הדירה באמצעות גודל הדירה ופרשו את משמעות המקדמים.
3. המחיר החזוי על פי קו הרגרסיה של דירה בגודל 100 מ"ר.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

מבחני המובהקות

השערות: $H_0: \beta = 0$

$H_1: \beta \neq 0$

ברגרסיה פשוטה בה יש רק מנבא אחד: ניתן לבצע מבחן F למובהקות משוואת הרגרסיה או מבחן T למובהקות מקדם הרגרסיה (הביטא).

משמעות דחיית השערת האפס: משוואת הרגרסיה מובהקת, מקדם הרגרסיה מובהק, הקשר בין X ל-Y מובהק.

ולהיפך- אם השערת האפס לא נדחית: אין הוכחה לקשר בין המשתנים X ו-Y, משוואת הרגרסיה איננה מובהקת וכך גם מקדם הרגרסיה.

אמידת σ^2 שונות הטעויות:

$$\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} = \frac{(1-r^2)SST}{n-2}$$

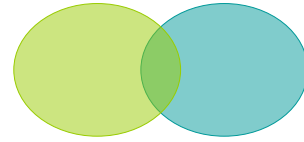
מבחן F

מבחן זה נעשה על מנת לבדוק האם משוואת הרגרסיה מובהקת.

מבחן F מתבסס על פירוק סכום הריבועים:

$$\underbrace{SST}_{S_Y^2} = \underbrace{SSR}_{r^2 S_Y^2} + \underbrace{SSE}_{(1-r^2) S_Y^2}$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



טבלת ניתוח שונות (טבלת ANOVA)

מקור	סכום ריבועים SS	דרגות חופש d.f.	ממוצע סכום ריבועים MS=SS/d.f.	F
מודל הרגרסיה	SSR	1	MSR=SSR/1	MSR/MSE
שאריות	SSE	n-2	MSE=SSE/n-2	
סה"כ	SST	n-1		

כלל הכרעה:

אם $F_{st} > F_c \alpha(1, n-2)$ נדחה את השערת האפס.

? בהמשך לדוגמא הנ"ל:

בצעו מבחן F לבדיקת הקשר בין גודל הדירה למחירה ברמת מובהקות של 1%.

הערה: ניתן גם לשאול- האם משוואת הרגרסיה לניבוי מחיר הדירה על סמך גודלה מובהקת באוכלוסיה ברמת מובהקות של 1%?

מבחן t

מבחן זה נעשה על מנת לבדוק האם מקדם הרגרסיה מובהק.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

סטטיסטי המבחן:

$$t_{st} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{s.e.(\hat{\beta}_1)} \sim t_{c(n-2)}$$

$$s.e.(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{SXX}}$$

אם השערת האפס מתייחסת ל- $\beta=0$ (בדור"כ):

$$t_{stt} = \frac{r^2 \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

כלל הכרעה:

השערה דו צדדית $H_1 : \beta_1 \neq \beta_{1,0}$	השערה חד צדדית שמאלית $H_1 : \beta_1 < \beta_{1,0}$	השערה חד צדדית ימנית $H_1 : \beta_1 > \beta_{1,0}$	
$t_{statistic} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{s.e.(\hat{\beta}_1)} = \frac{r^2 \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$			סטטיסטי המבחן
$ t_{statistic} \geq t_{n-2, 1-\alpha/2}$	$t_{statistic} \leq -t_{n-2, 1-\alpha}$	$t_{statistic} \geq t_{n-2, 1-\alpha}$	אזור דחייה
$2 * P(t_{n-2} > t_{statistic})$	$P(t_{n-2} > t_{statistic})$	$P(t_{n-2} > t_{statistic})$	P-VALUE

? בהמשך לדוגמא הנ"ל:

1. בצעו מבחן t למובהקות מקדם הרגרסיה ברמת מובהקות של 1%. אפשר גם לבקש: בצעו מבחן t לבדיקת הקשר בין גודל הדירה למחירה.
2. בדקו את הטענה כי עליה במ"ר אחד תעלה את מחיר הדירה ביותר מ-2000\$.
3. מהו ה-pvalue של מובהקות הקשר בין גודל הדירה למחירה. מה משמעותו?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

****שימו לב כי במודל של רגרסיה ליניארית פשוטה ערך ה- t סטטיסטי שהתקבל שווה בדיוק לשורש של ערך F המחושב:**

$$t = \sqrt{F}$$
$$Pvalue = Pvalue$$

? חשבו את סטטיסטי המבחן F על סמך סטטיסטי המבחן t שקיבלתם. מה ה-pvalue של מבחן F?

רווח סמך לאמידת β :

$$p(\text{גבול תחתון} \leq \beta \leq \text{גבול עליון}) = 1 - \alpha$$

$$\hat{\beta}_1 \pm t_{n-2, 1-\alpha/2} \cdot s.e.(\hat{\beta}_1)$$

? חשבו רב"ס לאמידת מקדם הרגרסיה ברמת סמך של 0.99. השוו עם תוצאות מבחן t.

מדד טיב ההתאמה R^2 :

מדד שנותן את פרופורציית השונות המוסברת. כמה מהשונות של Y מוסברת על ידי השונות של X:

$$0 \leq R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \leq 1 \quad (\text{X מסביר את כל השונות של Y})$$

(X לא מסביר כלום מהשונות של Y)

נרצה פרופורציית שונות מוסברת קרובה ככל האפשר ל-1.

אחוז השונות המוסברת: $R^2 \cdot 100$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

? חשבו את אחוז השונות המוסברת של מחיר הדירה על ידי גודלה.

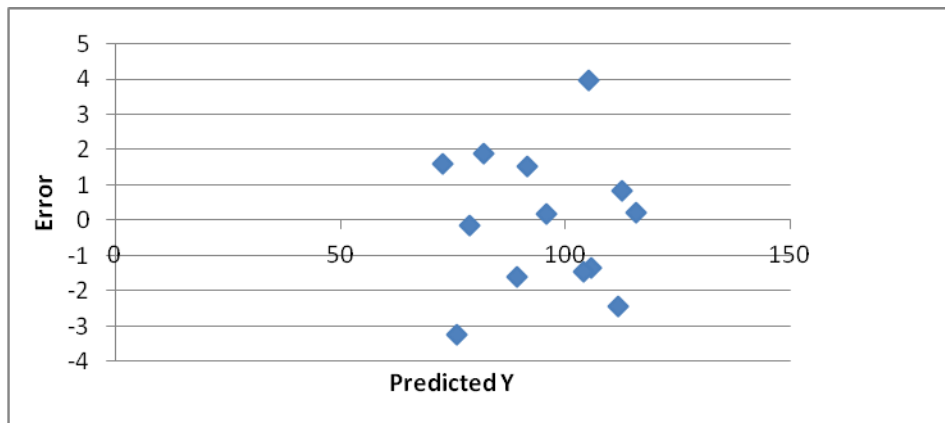
אקראיות השאריות

בכדי לבצע את מבחן המובהקות יש לבדוק כי השאריות של מודל הרגרסיה מתפלגות בצורה אקראית.

ברגרסיה פשוטה נוכל לבצע רק מבחן חזותי ולא מבחן סטטיסטי.

לשם כך נצייר גרף של השאריות המחושבות ($e_i = y_i - \hat{y}_i$) על ציר ה-Y והציונים המנובאים (\hat{y}_i) על ציר ה-X.

לדוגמא:

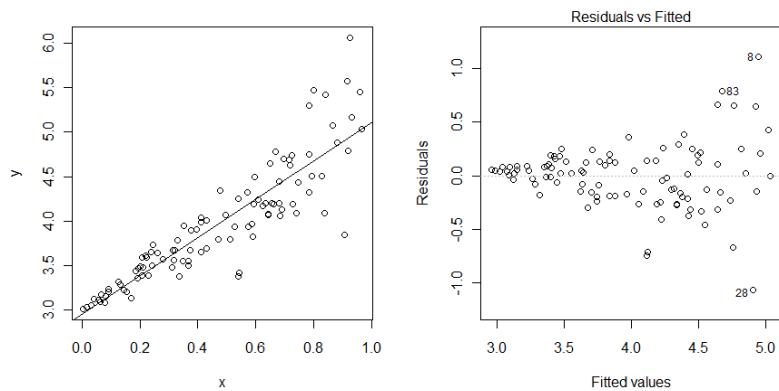


נבחן לפי העין האם יש התפלגות אקראית של שאריות.

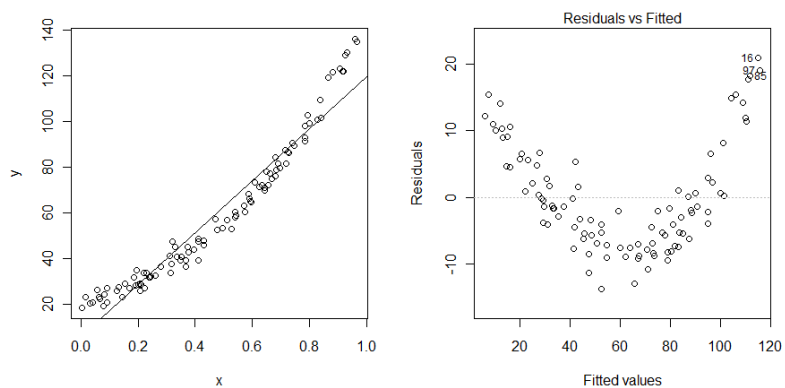
במקרה שלפנינו אין דפוס מיוחד של השאריות, כלומר, הן אקראיות.

מיקרים לדוגמא בהם התפלגות השאריות איננה אקראית:

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



כאן רואים כי שונות השאריות איננה קבועה על פני קו הרגרסיה אלא הולכת וגדלה ככל שעולים בערכי ה- X .



כאן רואים כי השאריות עבור ערכים גבוהים ונמוכים של X הן חיוביות ואילו עבור ערכי אמצע של X הן שליליות.

? בהמשך לדוגמא שלנו בדקו האם השאריות מתפלגות בצורה אקראית.

רגרסיה לא ליניארית

קיימים מודלים שמתארים קשר לא ליניארי בין X ל- Y .

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

למשל קשר בין רווחי חברה להוצאות שלה: $\hat{y}_i = e^{\hat{\alpha}} e^{\hat{\beta}x_i}$

בכדי שניתן יהיה לאמוד את המודלים הלא ליניאריים בשיטת OLS, עליהם לעבור טרנספורמציה לקו ישר.

טרנספורמציה של המודלים לקו ישר תאפשר לתאר את הקשר בין המשתנה המסביר למשתנה המוסבר באופן ליניארי.

טרנספורמציה זו תתבצע על ידי הוצאת ln (לוג טבעי) משתי צידי המשוואה בכדי לבטל את

	תזכורת של חוקי לוגים: $LN(e^x) = X$ $LN(X^Y) = Y \cdot LN(X)$	ה- e
הטרנספורמציה	$LN(X \cdot Y) = LN(X) + LN(Y)$ $LN(\frac{X}{Y}) = LN(X) - LN(Y)$	המודל
$Y = \alpha + \beta \ln X$		(1) לוג-לוג
$\ln Y = \alpha + \beta \ln X + u$	$Y = e^\alpha \cdot X^\beta \cdot e^u$	(2) לוגריתמי כפול
$\ln Y = \alpha + \beta X + u$	$Y = e^{\alpha + \beta X + u}$	(3) חצי לוגריתמי

אם נתייחס למשתנה המסביר או המוסבר בתוספת הלוג, ניתן יהיה לתאר את הקשר ביניהם באופן ליניארי.

? נתונים תוצאות האמידה של המודלים הבאים:

$$\hat{Y} = e^{4.5} \cdot X^{0.05} \quad (1)$$

$$\hat{Y} = e^{4.5+0.05X} \quad (2)$$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

$$\hat{Y} = 4.5 + \frac{0.05}{X} \quad (3)$$

$$\hat{Y} = \frac{1}{1 + e^{4.5+0.05X}} \quad (4)$$

א. כתבו את המודלים בצורה ליניארית בעזרת טרנספורמציה מתאימה.

ב. עבור כל אחד מהמודלים ערכו תחזית נקודתית עבור $X=6$

? נתונים המודלים הבאים עבור התוצר במשק:

1. $Q_i = AK_i^{\beta_1} e^{u_i}$

2. $Q_i = Ae^{\beta_1 L_i + u_i}$

3. $Q_i = A + K_i^{\beta_1} + e^{u_i}$

4. $Q_i = A + \frac{\beta_1}{L_i} + u_i$

5. $Q_i = A + \beta_1 \sqrt{K_i} + u_i$

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

$$6. \quad Q_i = e^{A + \beta_1 K_i + u_i}$$

$$7. \quad Q_i = A \left(\frac{K_i}{2} + 7 \right)^{\beta_1} e^{u_i}$$

$$8. \quad Q_i = A + \beta_1 L_i + u_i$$

$$9. \quad Q_i = A + \beta_1 \left(\frac{K_i}{L_i} \right) + u_i$$

כאשר:

-Q הוצאות צריכה על מוצר מסוים על ידי פרט מסוים.

-A הוצאות צריכה על המוצר בהינתן רמת הכנסה אפסית.

-K הכנסת הפרט.

-L שנות לימוד.

- א. מי מהמודלים הבאים ניתן לאמידה בשיטת OLS?
- ב. מי מבין המודלים שלא ניתנים לאמידה בשיטת OLS ניתן להביא למודל ליניארי בפרמטרים ועל כן לאמוד את הפרמטרים שלו?
- ג. עבור כל אחד מהמודלים קבעו מיהו המשתנה המוסבר ומיהו המסביר במשוואת הרגרסיה הליניארית.

תרגול מסכם

בפיצוציית "שלמה המלך" חושדים כי מספר הלקוחות המבקרים בפיצוציה תלוי במחיר המכירה של הבירה במקום. לשם בדיקת הנושא ערכו ניסוי בו בכל שבוע שינו את מחיר לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

הבירה במקום ומנו את מספר הלקוחות שהגיעו במשך אותו שבוע. משך הניסוי 7 שבועות עוקבים. להלן נתוני הניסוי:

שבוע	שבוע	שבוע	שבוע	שבוע	שבוע	שבוע	
9	10	11	12	13	14	15	מחיר הבירה
164	155	150	150	148	145	143	כמות הלקוחות

- א. אמדו את מודל הרגרסיה ע"י חישוב מקדמי הרגרסיה
- ב. חשבו את מקדם המתאם r_{xy}
- ג. אמדו את השונות של שאריות המודל
- ד. בצעו בדיקה גראפית של אקראיות השאריות
- ה. חשבו את אחוז השונות המוסברת. מה משמעותה?
- ו. בצעו חיזוי לכמות הלקוחות אם מחיר הבירה יהיה 16 ₪. האם להערכתכם ניתן להסתמך על חיזוי זה?
- ז. בצעו מבחן F לבדיקה האם קיים קשר בין מחיר הבירה לבין כמות הלקוחות המבקרים בפיצוצייה ברמת מובהקות 5%.
- ח. בצעו מבחן t לבדיקה האם קיים קשר בין מחיר הבירה לבין כמות הלקוחות המבקרים בפיצוצייה ברמת מובהקות 5%. השוו את התוצאות.
- ט. אמדו את מקדם הרגרסיה ברמת סמך של 0.95. השוו את התוצאה עם הסעיף הקודם.
- י. כתבו דו"ח קצר על הממצאים.

יא. הנח כי המודל המתאר את הנתונים הוא $y = e^{3e^{\beta x - 2}}$ האם ניתן להריץ רגרסיה פשוטה על הנתונים בשאלה זו? אם כן- בצע זאת ביחס לנתוני השאלה בסעיף א' לעיל, אם לא- נמק באופן מפורש ומדויק מדוע לא ניתן ואלו נתונים חסרים.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתבה ופתרה – קרן ברוסרד ©

רגרסיה פשוטה-פלטי SPSS

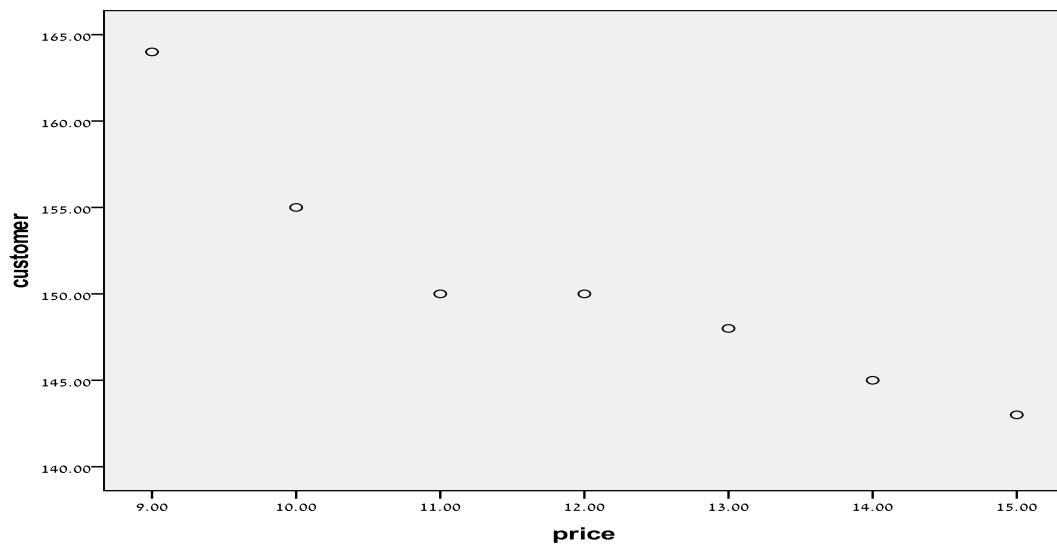
הבא נראה כיצד לקרוא פלטי SPSS ברגרסיה פשוטה.

על סמך הנתונים של שאלה מס' 1 :

שבוע 7	שבוע 6	שבוע 5	שבוע 4	שבוע 3	שבוע 2	שבוע 1	
9	10	11	12	13	14	15	מחיר הבירה (ש)
164	155	150	150	148	145	143	כמות הלקוחות

התקבלו הפלטים הבאים:

1) דיאגרמת הפיזור (scatter plot):



לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

2) סטטיסטיקה תיאורית (descriptive statistics):

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
customer	150.7143	7.01699	7
Price	12.0000	2.16025	7

3) פלט מקדם המתאם (correlations):

Correlations

		customer	Price
Pearson Correlation	customer	1.000	-.935
	price	-.935	1.000
Sig. (1-tailed)	customer	.	.001
	price	.001	.
N	customer	7	7
	price	7	7

4) פלט model summary:

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.935 ^a	.873	.848	2.73470

a. Predictors: (Constant), price

b. Dependent Variable: customer

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

(5) פלט ניתוח שונות (ANOVA):

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	258.036	1	258.036	34.503	.002 ^a
	Residual	37.393	5	7.479		
	Total	295.429	6			

a. Predictors: (Constant), price

b. Dependent Variable: customer

(6) פלט מקדמי הרגרסיה (coefficients):

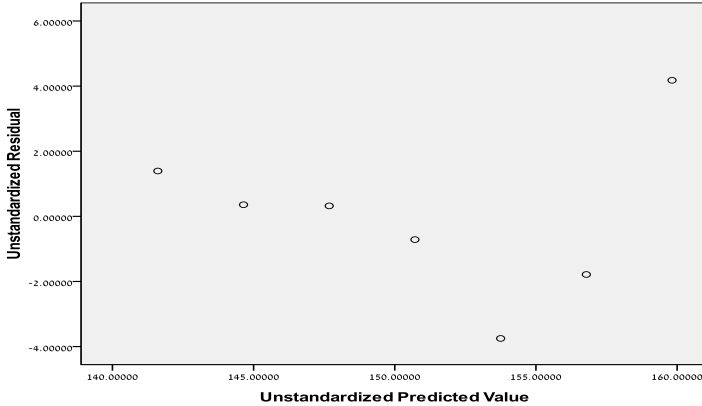
Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	187.143	6.287		29.765	.000
	Price	-3.036	.517	-.935	-5.874	.002

a. Dependent Variable: customer

(7) גרף ניתוח שאריות:

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



? על סמך הפלטים הנתונים :

- א. מהו מודל הרגרסיה שנאמד?
- ב. מהו מקדם המתאם r_{xy} ?
- ג. מהי השונות של שאריות המודל?
- ד. האם נמצא דפוס מיוחד בשאריות?
- ה. מהו אחוז השונות המוסברת?
- ו. על פי מבחן F: האם קיים קשר בין מחיר הבירה לבין כמות הלקוחות המבקרים בפיצוצייה ברמת מובהקות 5%?
- ז. על פי מבחן t: האם קיים קשר בין מחיר הבירה לבין כמות הלקוחות המבקרים בפיצוצייה ברמת מובהקות 5%? השוו את התוצאות.
- ח. מה ה-pvalue של המבחנים הסטטיסטיים? מה משמעותו?
- ט. בדקו האם קיים קשר חיובי מובהק בין המשתנים ברמת מובהקות 5%?

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

רגרסיה מרובה

ניבוי המשתנה התלוי באמצעות יותר ממשתנה ב"ת אחד.

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$
 המודל באוכלוסיה:

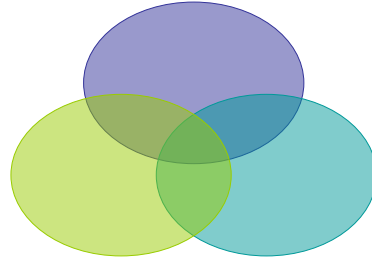
מקדמי מודל הרגרסיה המרובה:

α = חותך אחד שמשמעותו: הציון המנובא כאשר כל המשתנים הב"ת = 0.

$\beta_1 \dots \beta_j$ = מקדמי השיפוע. מס' הבטות = למספר המשתנים הב"ת במודל.

משמעות מקדם השיפוע β_j : ההשפעה הייחודית של המשתנה הב"ת המסוים לניבוי המשתנה התלוי, בניכוי השפעתם של כל יתר המשתנים הב"ת האחרים המצויים במשוואת הרגרסיה.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



אמידת מודל הרגרסיה המרובה:

ברגרסיה מרובה, כמו ברגרסיה פשוטה, שיטת האמידה הטובה ביותר היא שיטת הריבועים הפחותים. כלומר, נרצה להביא את סכום הטעויות בניבוי למינימום.

מפיתרון פונקציית הריבועים הפחותים נקבל את אומדי הרגרסיה: $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_j$

מבחי מובהקות:

(1) מבחן F למובהקות הרגרסיה

בדיקה האם קיים קשר ליניארי בין המשתנה התלוי Y לבין לפחות אחד מהמשתנים המסבירים.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

השערות הן:

$H_1 : \text{Not } H_0 = \text{at least one of the } \beta\text{'s is not } 0$

טבלת ניתוח שונות (ANOVA)

מקור	סכום ריבועים SS	דרגות חופש d.f.	ממוצע סכום ריבועים MS=SS/d.f.	$F_{st} \sim F_{k, n-k-1}$
------	--------------------	--------------------	----------------------------------	----------------------------

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

מודל הרגרסיה	SSR	k	$MSR=SSR/K$	$F_{st}=MSR/MSE$
שאריות	SSE	$n-k-1$	$MSE=SSE/(n-k-1)$	
סה"כ	TSS	$n-1$		

$$F_{st} = \frac{MSR}{MSE} \text{ : סטטיסטי המבחן}$$

כלל הכרעה: נדחה את H_0 אם $F_{st} \geq F_{k,n-k-1}^{1-\alpha}$.

חישוב סכומי הריבועים:

$$TSS = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2$$

$$SSR = R^2 \cdot TSS$$

$$SSE = (1 - R^2)TSS$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

פרופורציית השונות המוסברת R^2 :

ברגרסיה מרובה אומד זה לפרופורציית השונות המוסברת הוא בעייתי שכן הוא מושפע ממספר המשתנים הב"ת במודל. אומד זה יכול רק לגדול בהוספת משתנים ב"ת למודל ולכן לא ייתן לנו אינדיקציה האם כדאי היה לי להוסיף אותם למודל או לא.

האומד המתוקן לפרופורציית השונות המוסברת $AdjR^2$:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left[\frac{(1 - R^2)(n-1)}{n-k-1} \right]$$

בניגוד ל- R^2 לוקח בחשבון את מספר המשתנים הב"ת במודל. יכול שלא לגדול ואף לקטון בהוספת משתנה ב"ת שלא תורם תרומה משמעותית לניבוי.

(2) מבחן t למובהקות משתנה ב"ת יחיד:

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

השערות:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \text{else}$$

סטטיסטי המבחן וכלל הכרעת השערת האפס:

$$\left| T = \frac{\text{אמון מקדם}}{\text{סטיית תקן מקדם}} \right| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{(n-k-1)} \quad \text{for } n < 30$$

רווח בר סמך לאמידת ה- β_j :

$$\hat{\beta}_j \pm t_{n-k-1, 1-\alpha/2} \cdot s.e.(\hat{\beta}_j)$$

תירגול

לצורך בדיקת ההשערה שקיים קשר בין מספר המוניות בעיר באר שבע (y) לבין מספר התושבים בעיר באלפים (x1) ומספר הרכבים הפרטיים באלפים (x2). הוחלט לבנות מודל רגרסיה מהצורה: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$, על סמך הנתונים הבאים:

$$MSE=119.789, \sum_i y_i^2 = 338657, \sum_i y_i = 1673$$

א. ע"ס הנתונים הנ"ל, השלימו את טבלת ניתוח השונות הבאה. איזו השערה ניתן לבדוק באמצעותה? כתוב את ההשערה ובחן אותה.

SOURCE	SS	DF	MS	F
Regression				
Error				
Total		8		

ב. חשבו את מדד טיב ההתאמה. הסבר את משמעותו.

ג. נתונה טבלת המקדמים (החלקית) הבאה:

Coefficients	Standard	t Stat	P-value	Lower	Upper
--------------	----------	--------	---------	-------	-------

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

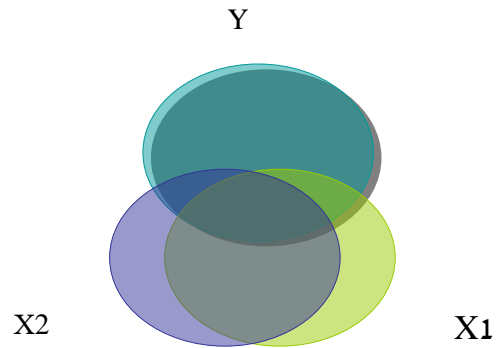
		Error	95%	95%
Intercept	-511.727	114.9476		
X 1	9.208785		3.732167	
X 2	-8.79921	4.420456		

1. רשמו את האומדן למשוואת הרגרסיה ופרשו את מקדמיה.
2. בחנו את ההשערה כי קיים קשר בין מספר הרכבים הפרטיים לבין מספר המוניות ברמת מובהקות של 5%.
3. בנו רווח סמך למקדם של מספר התושבים בעיר
4. ענה ללא חישוב (על סמך הסעיפים הקודמים) - האם קיים קשר בין מספר התושבים לבין מספר המוניות ברמת מובהקות של 5%?
5. מהי תחזית מס' המוניות בבאר שבע עבור 100,000 תושבים ו-52,000 מכוניות פרטיות?
6. האם ניתן לסמוך על תחזית זאת?

בעיית המולטי קולינאריות

מצב שבו המשתנים המסבירים הם בעלי מתאם גבוה בינם ולבין עצמם. מתאמים גבוהים אלו יוצרים קושי ביכולת להבחין בהשפעה הבודדת של כל משתנה מסביר על המשתנה המוסבר.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il



כיצד מזהים בעיית מולטי-קולינאריות?

- R^2 גדול וערכי t קטנים, או שדוחים את השערת האפס במבחן F אך לא במבחני t .
- מקדמי מתאם זוגיים גבוהים בין המשתנים המסבירים (לפי טבלת קורלציות).

דוגמא: מנסים לבחון באמצעות רגרסיה ליניארית את ההשפעה על משתנה Y כפונקציה של ארבעה משתנים מסבירים $(X1, X2, X3, X4)$:

Y	x1	x2	x3	x4
78.5	7	26	6	60
74.3	1	29	15	52
104.3	11	56	8	20
87.6	11	31	8	47
95.9	7	52	6	33
109.2	11	55	9	22
102.7	3	71	17	6
72.5	1	31	22	44
93.1	2	54	18	22
115.9	21	47	4	26
83.8	1	40	23	34
113.3	11	66	9	12

להלן התוצאות של הרגרסיה:

Regression Statistics

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

Multiple R	0.991149
R Square	0.982376
Adjusted R Square	0.973563
Standard Error	2.446008
Observations	13

ANOVA

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	4	2667.899	666.9749	111.4792	4.76E-07
Residual	8	47.86364	5.982955		
Total	12	2715.763			

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>
Intercept	62.40537	70.07096	0.890602	0.399134
X1	1.551103	0.74477	2.08266	0.070822
X2	0.510168	0.723788	0.704858	0.500901
X3	0.101909	0.754709	0.135031	0.895923
X4	-0.14406	0.709052	-0.20317	0.844071

איתור המולטיקוליניאריות:

א. ניתן לראות כי למרות שמשוואת הרגרסיה מאוד מובהקת, אף לא אחד מן המשתנים הב"ת מובהק.

ב. הבחינה של הבעיה מתבצעת לרוב באמצעות ניתוח של מטריצת הקורלציות, לדוגמא במקרה הנ"ל:

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

	X1	X2	X3	X4
X1	1			
X2	0.228579	1		
X3	-0.82413	-0.13924	1	
X4	-0.24545	-0.97295	0.029537	1

במקרה זה המשתנים X2 ו- X4 מתואמים מאוד חזק (-0.97).

פיתרון:

צריך להוציא אחד מהמשתנים X2 או X4 ולהריץ את הרגרסיה בלעדיהם.

למשל אם נריץ מודל חדש ללא X4 נקבל:

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.991103
R Square	0.982285
Adjusted R Square	0.97638
Standard Error	2.312061
Observations	13

ANOVA

		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	3	2667.652	889.2175	166.3449	3.37E-08	
Residual	9	48.11061	5.345624			
Total	12	2715.763				

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>
Intercept	48.19363	3.913305	12.31533	6.17E-07
X1	1.69589	0.204582	8.289537	1.66E-05

לפתרון מלא בטרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

X2	0.656915	0.044234	14.85083	1.23E-07
X3	0.250018	0.184711	1.353561	0.208889

ניתן לראות כי הוצאת X4 תרמה לכך ש-X2 ו-X1 הפכו להיות מובהקים.

X3 עדיין איננו מובהק וגם לו היה מתאם גבוה עם אחד המשתנים הב"ת X1. יתכן וכדאי להוציא גם משתנה זה מהמודל ולהריץ את הרגרסיה בלעדיו (רק עם X1 ו-X2).

נבחר לרוב להוציא את אחד מהמשתנים לפי הקריטריונים הבאים:

1. המשתנה המתואם ביותר גם עם יתר המשתנים המסבירים
2. המשתנה הכי פחות מובהק שהתקבל בהרצה הראשונית (לפי t)

בדיקת הנחת אקראיות השאריות- "מבחן המקבצים"

ברגרסיה פשוטה בחנו את אקראיות השאריות במבחן חזותי בלבד. ברגרסיה מרובה ניתן לבצע גם מבחן סטטיסטי לאקראיות השאריות שנקרא "מבחן המקבצים":

השערות:

H0: השאריות אקראיות

H1: אחרת

בכדי לבצע את המבחן צריך סדרה של שאריות מחושבות: $e_i = y_i - \hat{y}_i$

בהמשך לדוגמא הנ"ל:

נבצע ניתוח שאריות למודל השני שהרצנו (ללא X4):

Observation	Predicted Y	Error
1	78.64475797	-0.14476

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

1.60968	72.69032006	2
-1.3358	105.6358002	3
-1.61293	89.21292824	4
0.175455	95.7245448	5
3.971097	105.2289029	6
-1.47256	104.1725605	7
-3.25427	75.75427306	8
1.540865	91.559135	9
0.217602	115.6823975	10
1.883475	81.91652457	11
0.845033	112.4549666	12
-2.42289	111.8228886	13

$n1 = 7$ מספר השאריות החיוביות

$n2 = 6$ מספר השאריות השליליות

מקבץ מוגדר כסדרה של שאריות עוקבות בעלי אותו סימן. נספור את מספר המקבצים לפי מספר הפעמים שמתחלף הסימן. בדוגמא שלפנינו מס' המקבצים הוא 7

כלל הכרעה:

(ערך קריטי גבוה מהטבלה, ערך קריטי נמוך מהטבלה) \notin (מספר המקבצים)

הערכים הקריטיים מהטבלה קובעים את גבולות הרווח בר סמך. מקבלים את השערת האפס אם מס' המקבצים נופל בתוך גבולות הרווח בר סמך ואז ניתן להסיק שהשאריות אקראיות.

הערכים הקריטיים נתונים בטבלה הבאה:

ערך קריטי תחתון:

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

TABLE D.6A CRITICAL VALUES OF RUNS IN THE RUNS TEST

N_1	N_2																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2	
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	
5			2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7	
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	8	8	9	
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9	
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10	
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11	
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13	
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13	
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14	

Note: Tables D.6A and D.6B give the critical values of runs n for various values of N_1 (+ symbol) and N_2 (- symbol). For the one-sample runs test, any value of n that is equal to or smaller than that shown in Table D.6A or equal to or larger than that shown in Table D.6B is significant at the 0.05 level.

Source: Sidney Siegel, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1956, table F, pp. 252-253. The tables have been adapted by Siegel from the original source: Frieda S. Swed and C. Eisenhart, "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of Alternatives," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 14, 1943. Used by permission of McGraw-Hill Book Company and *Annals of Mathematical Statistics*.

ערך קריטי עליון:

TABLE D.6B CRITICAL VALUES OF RUNS IN THE RUNS TEST

N_1	N_2																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2																				
3																				
4				9	9															
5		9	10	10	11	11														
6		9	10	11	12	12	13	13	13	13										
7			11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15							
8			11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17	17	
9				13	14	14	15	16	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18	
10				13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	
11				13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	
12				13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22	22	
13					15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	23	
14					15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	24	24	24	
15					15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25	25	
16						17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	26	26	
17						17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26	26	
18						17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27	27	
19						17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27	27	
20						17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28	28	

בדוגמה שלנו כלל ההכרעה:

$$7 \notin (3,12)$$

משום ש-7 נופל בתוך גבולות הרווח נקבל את השערת האפס.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

מסקנה: יש עדות לאקראיות השאריות.

קירוב לנורמאלי של מבחן אקראיות השאריות:

שימו לב כי טבלת הערכים הקריטיים מוגבלת רק עד $n \leq 20$
כאשר אחד מה- $n < 20$ יש לבצע קירוב לנורמאלי:

כלל ההכרעה: $(\bar{x} \pm 2S) \notin (\text{מס' המקבצים})$

נחשב את \bar{x} ואת S לפי הנוסחאות הבאות:

$$\bar{x} = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$
$$S = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}}$$

נניח לצורך הדוגמא כי $n_1=22$ ו- $n_2=6$ ומספר המקבצים = 8.

נחשב את כלל ההכרעה לפי הקירוב לנורמאלי:

$$\bar{x} = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 = \frac{2 \cdot 22 \cdot 6}{22 + 6} + 1 = \frac{264}{28} + 1 = 10.4$$
$$S = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 22 \cdot 6(2 \cdot 22 \cdot 6 - 22 - 6)}{(22 + 6)(22 + 6 - 1)}} = \sqrt{\frac{264 \cdot 236}{756}} = \sqrt{82.4} = 9$$

נציב בכלל ההכרעה:

$$8 \notin (10.4 \pm 2 \cdot 9)$$

$$8 \notin (-7.6, 28.4)$$

ניתן לראות כי כיוון ש-8 נופל בתוך הרווח נקבל את השערת האפס ונסיק כי השאריות אקראיות.

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

סיכום הממצאים:

בסוף הניתוחים הנוגעים לרגרסיה מרובה אנו מתבקשים לכתוב דו"ח קצר לגבי הממצאים, לדון בשימושיות של המודל ולתת המלצות בנוגע לשיפורו האפשרי. יש לציין ניתוחים נוספים שהיינו ממליצים עליהם וכיצד לבצעם.

יש לנסח את הדו"ח בצורה הבאה:

נתבקשנו לבנות מודל שמתאר את המשתנה התלוי ____ .
נמסרו לנו נתונים על ____ משתנים מסבירים, שנאספו נתונים הסטוריים לגביהם.
המשתנים הם: X_1 - X_2 - ____ וכו'.

סה"כ נאספו $n =$ ____ נתונים שהורצו במודל רגרסיה מרובה בכדי לבדוק את השיפוע של ____ המשתנים שהוצגו לעיל.

בניתוח של המודל האקונומטריה עולה כי: מידע על מובהקות המשתנים הב"ת, אם ישנם משתנים לא רלוונטיים או שקשורים בצורה חזקה למשתנים אחרים.

המלצות לשיפור המודל: יש להוציא את המשתנה/משתנים ____ ולהריץ את המודל בלעדיהם.

שימושיות המודל: יכול לשמש... בבואם להעריך את... המשתנה התלוי...
ביקורת:
גודל המדגם (אם קטן)
משתנים נוספים שיכולים להשפיע על הניבוי כמו ____

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

תרגול מסכם:

מעוניינים למצוא קשר בין מחיר הדירה (ב-\$) לבין ארבעה משתנים מסבירים: (1) שטח הדירה ו- (2) גודל שטח האמבטיה (ב-Sqft) וכן (3) מרחק הדירה מהים ו- (4) מהאוניברסיטה (במיילים).
 לשם כך נדגמו מספר דירות והריצו רגרסיה אשר בה המשתנה המוסבר הוא מחיר הדירה. להלן פלט הרגרסיה שהתקבל:

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.952 ^a			

a. Predictors: (Constant), Sea_Dist, Apartment, Bath

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression					.000 ^a
	Residual					
	Total	1940484.615	25			

a. Predictors: (Constant), Univ_Dist, Bath, Sea_Dist, Apartment

b. Dependent Variable: Price

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-265.514	146.673		-1.810	.085
	Apartment		.449	.722	6.572	
	Bath	4.256		.297	2.687	.014
	Sea_Dist	-32.114	11.090	-.223		.009
	Univ_Dist	11.746	9.439	.095	1.244	.227

a. Dependent Variable: Price

www.GooL.co.il לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל-

ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מלאו את התאים החסרים בטבלה (אם לא ניתן למלא את כל התאים החסרים באופן מלא נמקו באופן מפורש מדוע לא ניתן).
- ב. כתבו את האומדן למשוואת מחיר הדירה בצורה מפורשת על סמך הפלט הנ"ל. פרשו את מקדמי הרגרסיה.
- ג. בדקו האם ארבעת הגורמים ביחד אכן מסבירים את מחיר הדירה. הסברו את המסקנה שהגעתם אליה. השתמשו ברמת מובהקות של 5%.
- ד. הסברו מהו ערך ה-Pvalue ומה ניתן להסיק ממנו לגבי המשתנים המסבירים? ה. בנו רווח סמך למקדם גודל שטח האמבטיה. השתמשו ברמת מובהקות של 2%.
- ו. ברמת מובהקות של 5% יש לבדוק האם המרחק מהאוניברסיטה אכן משפיע על מחיר הדירה.
- ז. האם במודל הרגרסיה הנוכחי ניתן לוותר על גורם המרחק מהים? השתמשו ברמת מובהקות של 1%.
- ח. בדקו את ההשערה כי קיים קשר חיובי בין גודל הדירה למחירה ברמת מובהקות של 5%.
- ט. נתונה מטריצת מקדמי המתאם הבאה:

	$X1$	$X2$	$X3$	$X4$
$X1$	1			
$X2$	0.228579	1		
$X3$	-0.22413	-0.13924	1	
$X4$	-0.24545	-0.97295	0.029537	1

מה ניתן ללמוד ממנה ומה משמעותה לגבי המודל?

- י. הניחו כי השאריות המתקבלות מניתוח הרגרסיה הן בעלות הערכים הבאים (סדר הקריאה הוא משמאל לימין) הנח כי אלו כל השאריות הקיימות במודל:
7,9,-3,-7,-3,12,18,6,-5,10,5,-4,6,3,-12,-1

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

ערכו מבחן על אקראיות השאריות בשתי השיטות (מבחן המקבצים ומבחן הנורמאליות) וציינו מהן ההשלכות על הממצאים.
יא. כתבו דו"ח קצר לגבי הממצאים שהתקבלו. דונו בשימושיות של המודל הזה ותנו המלצות בנוגע לשיפורו האפשרי. ציינו על אלו ניתוחים נוספים הייתם ממליצים וציינו כיצד הייתם מבצעים אותם. (4 נק')

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

לפתרון מלא בסרטון וידאו היכנסו ל- www.GooL.co.il

כתבה ופתרה – קרן ברוסרד ©